

بررسی دقت روابط تحلیلی مرسوم در جهت پیش‌بینی خواص نانوکامپوزیت‌های تقویت‌شده با نانوذرات مختلف*

مقاله پژوهشی

سینا مسلمان^(۱)سامرند رش‌احمدی^(۲)

چکیده به‌منظور پیش‌بینی رفتار و خواص مکانیکی نانوکامپوزیت‌های پلیمری تقویت‌شده با نانوذرات مختلف مدل‌های مختلف تحلیلی میکرومکانیکی و ماکرومکانیکی ارائه شده است. نوع، ابعاد و مشخصات مکانیکی ماده پایه و تقویت‌کننده از جمله مواردی هستند که در مدل‌های تحلیلی مختلف مورد توجه قرار گرفته‌اند. در برخی از مدل‌ها فرض‌ها و ساده‌سازی‌هایی انجام شده است که نتیجه آن ارائه روابطی است که پارامترهای کم‌تری را درگیر می‌کند. در برخی موارد این ساده‌سازی‌ها منجر به عدم دقت در پیش‌بینی نتایج می‌شوند. هدف از پژوهش پیش‌رو مقایسه نتایج آزمایشگاهی با مدل‌های مطرح‌شده و بررسی دقت آن‌ها و در نتیجه ارائه مناسب‌ترین مدل برای پیش‌بینی خواص نانوکامپوزیت‌های مورد مطالعه است. به این منظور پلیمر پلی‌متیل متاکریلات (PMMA) به‌عنوان ماده پایه و نانوذرات TiO_2 ، SiO_2 و Al_2O_3 به‌عنوان تقویت‌کننده انتخاب شد. در این مطالعه مدول الاستیسیته مواد در بیشترین حالت به ترتیب حدود ۷، ۴ و ۴ درصد نسبت به نمونه پایه افزایش نشان دادند. نتایج حاصل از آزمایش استخراج گردید و با مدل‌های تحلیلی مطرح‌شده مورد مقایسه قرار گرفت. مقایسه‌ها نشان داد که مدل سه‌بعدی پن نتایج را با دقت مناسبی نسبت به نتایج آزمایشگاهی برای اکثریت نمونه‌ها پیش‌بینی می‌کند.

واژه‌های کلیدی نانوکامپوزیت، خواص مکانیکی، مدل‌های تحلیلی، نانوذرات، مدول یانگ.

مقدمه

از زمان‌های گذشته افزودن ماده‌ای به‌عنوان فاز دوم به ماده پایه، یکی از اصلی‌ترین راه‌ها برای بهبود خواص مکانیکی محسوب می‌شود [1-3]. در سال‌های اخیر، مواد مرکب یا کامپوزیت‌ها در صنایع مختلف به دلیل خواص ترمودینامیکی مناسب، دوام و وزن پایین و توانایی بالا در تحمل بار بسیار مورد توجه و استقبال قرار گرفته‌اند و روز به روز بر کاربرد آن‌ها در حوزه‌های مختلف افزوده می‌شود. اخیراً افزودن تقویت‌کننده‌هایی در ابعاد نانو منجر به تولید نانوکامپوزیت‌هایی شده است که به‌خاطر خواص فوق‌العاده مکانیکی از جمله نسبت استحکام به وزن بالا، توجهات فراوانی را به خود جلب کرده‌اند [4-5].

در مقایسه با فناوری میکرو، نانو تکنولوژی عملکرد و نمودی کاملاً متفاوت نشان می‌دهد. محصولات نانوکامپوزیتی حاوی تقویت‌کننده‌هایی در ابعاد نانو (کم‌تر از ۱۰۰ نانومتر) هستند. اکثر خواص مکانیکی از جمله مدول یانگ و پایداری

حرارتی [6-7]، مدول و استحکام خمشی [7]، قابلیت برش‌کاری [8]، چقرمگی شکست [9] و رسانایی الکتریکی و حرارتی [10] امکان بهبود توسط نانوذرات تقویت‌کننده را دارند. درواقع، برای تولید نانوکامپوزیت‌های پلیمری با خواص مطلوب، انواع مختلفی از نانوذرات می‌توانند به ماده پایه افزوده شوند [11-12]. در همین راستا، محققان درمورد محصولات فعلی و آینده مرتبط با علوم نانو مطالعات زیادی انجام داده‌اند؛ آن‌ها پیش‌بینی می‌کنند که نانومواد، ابعاد جدیدی در کاربردهای صنعتی بگشایند.

در راستای بهبود رفتار مکانیکی مواد با افزودن تقویت‌کننده‌های مختلف، مطالعات متعددی انجام گرفته است. در این ارتباط می‌توان به بررسی رفتار مکانیکی کامپوزیت‌های دندان‌پزشکی برپایه رزین تقویت‌شده با TiO_2 ، مورد مطالعه هوا و همکارانش [13] اشاره کرد. در این بررسی عملی اثرات نسبت حجمی، نسبت ابعادی و دیگر شاخص‌های بین ماده پایه و تقویت‌کننده مورد بررسی قرار

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۰/۳/۱۰ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۰/۹/۱۵ می‌باشد.

(۱) دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه.

(۲) نویسنده مسئول، دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه.

مکانیکی پلیمر پلی متیل متاکریلات (Poly methyl methacrylate (PMMA) مورد مطالعه قرار می‌گیرد و در انتها نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از روابط تحلیلی مذکور مقایسه می‌شوند تا دقیق‌ترین مدل یا مدل‌ها در تخمین خواص مکانیکی نانوکامپوزیت‌های پلیمری تقویت‌شده با نانوذرات اکسیدی ذکر شده، انتخاب شود.

مدل‌های تئوری

مدل‌هایی که برای توضیح وضعیت کلی و یا بیان رفتار یک ماده طراحی شده‌اند، به نام مدل‌های تئوری شناخته می‌شوند. هدف از ارائه این مدل‌ها، استخراج رابطه‌ای است که در نهایت بتوان با کمک آن‌ها رفتار ماده را به راحتی و بدون نیاز به آزمایش‌های عملی پیش‌بینی کرد. در ادامه تعدادی از پرکاربردترین مدل‌های ماکرو مکانیکی و میکرو مکانیکی [17] در جهت پیش‌بینی رفتار کششی کامپوزیت‌ها مطرح شده و مورد بررسی قرار گرفته‌اند. اساس این روابط برپایه قانون اختلاط کامپوزیت‌ها (رابطه ۱) استوار است. در ادامه همه مدل‌ها تشریح و پارامترهای استفاده‌شده در این روابط و خود روابط در قالب جدول (۱) و جدول (۲) مطرح شده‌اند.

جدول ۱ پارامترهای استفاده‌شده در روابط مدل‌های تحلیلی

نماد	شرح
Ec	مدول یانگ کامپوزیت
Ef	مدول یانگ تقویت‌کننده
Em	مدول یانگ ماتریس
Gc	مدول برشی کامپوزیت
Gf	مدول برشی تقویت‌کننده
Gm	مدول برشی ماتریس
Vf	درصد حجمی تقویت‌کننده
Kc	مدول بالک کامپوزیت
Kf	مدول بالک تقویت‌کننده
Km	مدول بالک ماتریس
vm	نسبت پواسون ماتریس
vf	نسبت پواسون تقویت‌کننده
l	طول ذرات تقویت‌کننده
d	قطر ذرات تقویت‌کننده

گرفته‌است. نتایج حاصل، برتری آشکار خواص مکانیکی کامپوزیت تقویت‌شده با نانوذرات در مقایسه با کامپوزیت‌های تقویت‌شده با میکروالیاف را نشان می‌دهد. در کنار مطالعات عملی، بررسی‌های تحلیلی نیز مورد توجه قرار گرفته‌اند. در این بررسی‌ها تمرکز بر روی مدل‌های تئوری است که به کمک آن‌ها می‌توان رفتار مواد مرکب با درصد‌های مختلف از تقویت‌کننده را پیش‌بینی کرد. این مدل‌ها با در نظر گرفتن پارامترهایی از قبیل شکل، اندازه و نوع ذرات ماده پایه و پرکننده ارائه شده‌اند. استفاده از این روابط در جهت کاهش آزمایش‌های عملی و کاهش اتلاف زمان و متعاقباً هزینه‌های مالی ناشی از آن است. از پژوهش‌های صورت‌گرفته در این زمینه می‌توان به کار تاکر و لیانگ [14] اشاره کرد. در این مطالعه سعی شده‌است سفتی کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف کوتاه هم‌جهت را با استفاده از مدل‌های میکرو مکانیکی، پیش‌بینی کنند. مدل‌های مختلف مطرح و مورد مقایسه قرار گرفته‌اند و نهایتاً مدل موری تاناکا به عنوان مناسب‌ترین مدل برای پیش‌بینی سفتی ماده حاصل انتخاب شده‌است. سیف‌الاسلام و همکارانش [15] اثرات ترکیب درصد‌ها و اندازه‌های مختلف از نانوذرات اکسیدسیلیسیوم با اپوکسی را مورد مطالعه آزمایشگاهی و تحلیلی قرار داده‌اند. در این بررسی نشان داده شده‌است که مدول یانگ، تنش نهایی و تنش تسلیم نانوکامپوزیت حاصل با افزایش ذرات تقویت‌کننده به صورت خطی افزایش می‌یابد. از دیگر کارهای پیشین در زمینه نانوکامپوزیت‌ها می‌توان به تحقیق فریدون و همکارانش [16] اشاره کرد. در این مطالعه اثرات افزودن درصد‌های مختلف نانولوله‌های کربنی به پلی‌پروپیلین مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج آزمایش برای ارائه مدلی در جهت پیش‌بینی رفتار نانوکامپوزیت حاصل با روابط تحلیلی مقایسه شده‌است.

از آنجایی که در مطالعات گذشته مقایسه جامعی بین روابط تحلیلی موجود صورت نگرفته بود، تصمیم به بررسی و انجام این مهم و کارایی سنجی روابط موجود در قیاس با یکدیگر گرفته شد. ابتدا مدل‌های مختلف تحلیلی معرفی می‌شوند. سپس اثرات درصد‌های مختلف حجمی نانوذرات اکسیدی تیتانیوم، سیلیسیوم و آلومینیوم بر روی خواص

جدول ۲ روابط ارائه شده برای مدل های تحلیلی

شماره رابطه	رابطه
(۱)	$E_c = V_f E_f + (1 - V_f) E_m$
(۲)	$E_c \approx V_f \left(\frac{16}{45} E_f + 2 E_m \right) + \frac{8}{9} E_m$
(۳)	$G_c \approx V_f \left(\frac{2}{15} E_f + \frac{3}{4} E_m \right) + \frac{1}{3} E_m$
(۴)	$E_{c,2D} = \frac{V_f}{\pi} E_f + \left(1 - \frac{V_f}{\pi} \right) E_m$
(۵)	$v_{c,2D} = \frac{V_f}{\pi} v_f + \left(1 - \frac{V_f}{\pi} \right) v_m$
(۶)	$E_{c,3D} = \frac{V_f}{2\pi} E_f + \left(1 - \frac{V_f}{2\pi} \right) E_m$
(۷)	$v_{c,3D} = \frac{V_f}{2\pi} v_f + \left(1 - \frac{V_f}{2\pi} \right) v_m$
(۸)	$E_{c,2D} = \frac{V_f}{3} E_f + (1 + V_f) E_m$
(۹)	$E_{c,3D} = \frac{V_f}{6} E_f + [1 + (1 + v_m) V_f] E_m$
(۱۰)	$E_c = \frac{3}{8} [V_f E_f + (1 - V_f) E_m] + \frac{5}{8} \left[\frac{E_f E_m}{E_m V_f + (1 - V_f) E_f} \right]$
(۱۱-الف)	$\frac{E_c}{E_m} = \frac{3}{8} \left[\frac{1 + \frac{1}{d} n_l V_f}{1 - n_l V_f} \right] + \frac{5}{8} \left[\frac{1 + 2n_T V_f}{1 - n_T V_f} \right]$
(۱۱-ب)	$n_l = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m} - 1 \right)}{\left(\frac{E_f}{E_m} - 2 \frac{1}{d} \right)}$
(۱۱-ج)	$n_T = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m} - 1 \right)}{\left(\frac{E_f}{E_m} + 2 \right)}$
(۱۲)	$\frac{E_c}{E_m} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 + \frac{1}{d} n_l V_f}{1 - n_l V_f} \right] + \frac{4}{5} \left[\frac{1 + 2n_T V_f}{1 - n_T V_f} \right]$
(۱۳)	$\frac{E_c}{E_m} = 1 + 2.5 V_f$
(۱۴)	$\frac{1}{E_{cT}} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m}$
(۱۵)	$E_{c,L} = V_f E_f + (1 - V_f) E_m$
(۱۶)	$K_{c,upper} = K_f + (1 - V_f) \left[\frac{1}{K_m - K_f} + \frac{3V_f}{3K_f + 4G_f} \right]^{-1}$
(۱۷)	$K_{c,lower} = K_m + V_f \left[\frac{1}{K_f - K_m} + \frac{3(1 - V_f)}{3K_m + 4G_m} \right]^{-1}$
(۱۸)	$G_{c,upper} = G_f + (1 - V_f) \left[\frac{1}{G_m - G_f} + \frac{6V_f(K_f + 2G_f)}{5G_f(3K_f + 4G_f)} \right]^{-1}$
(۱۹)	$G_{c,lower} = G_m + V_f \left[\frac{1}{G_f - G_m} + \frac{6(1 - V_f)(K_m + 2G_m)}{5G_m(3K_m + 4G_m)} \right]^{-1}$
(۲۰)	$E = \frac{9K}{1 + 3K/G}$

سیستم دوبعدی و سه‌بعدی در نظر گرفته‌اند. در این مدل با استفاده از بررسی برهم‌کنش بین ماتریس و ذرات تقویت‌کننده، و در نظر گرفتن این فرض که درصد حجمی تقویت‌کننده باید کم‌تر از $0/2$ باشد، مدول یانگ در حالت دوبعدی و سه‌بعدی به شکل روابط (۸) و (۹) مطرح می‌شود. بین نتایج رابطه (۸) و نتایج حاصل از آزمایش، مقایسه دیگری توسط لی (Lee) [22] انجام شده‌است. در این بررسی نشان داده شده‌است که گاهی در نسبت‌های حجمی پایین تقویت‌کننده، نتایج با اختلاف در حدود ۰ تا ۱۵٪ بیشتر از خروجی‌های آزمایش هستند. این اختلاف به پیوندهای غیر-مؤثر و اثر انتهایی الیاف ریز نسبت داده شده‌است.

مدل هیرش (Hirsch's Model)

هیرش [23] با انجام مطالعاتی، مدول یانگ کامپوزیت را به‌صورت ترکیبی از مدول طولی و عمودی در نظر گرفته‌است. رابطه‌ای هم که ارائه شده (رابطه ۱۰)، متشکل از دو قسمت است که بخش اول آن ضریبی از مدول طولی و بخش دوم آن ضریبی از مدول عمودی کامپوزیت است.

رابطه اصلاح‌شده هالپین-تسای

(Modified Halpin-Tsai relation)

این رابطه با اعمال مقادیر مربوط به تنش طولی و عمودی کامپوزیت از رابطه هالپین-تسای [24] در مدل هیرش (رابطه ۱۰) تشکیل می‌شود و به رابطه اصلاح‌شده هالپین-تسای [25] معروف است. مدل مذکور برای مواد کامپوزیتی تقویت‌شده با الیاف کوتاه و جهت‌گیری تصادفی، پاسخ‌های بسیار مناسبی را پیش‌بینی می‌کند (روابط ۱۱-الف تا ۱۱-ج).

رابطه لیونگود و گوتلر

(Lavengood and Goettler relation)

لیونگود و گوتلر [22] با انجام مطالعات و اصلاح ضرایب عددی رابطه تغییر یافته هالپین-تسای، مدلی دیگر برای پیش‌بینی رفتار کامپوزیت‌ها پیشنهاد دادند. در این رابطه، به‌جای ضرایب $\frac{3}{8}$ و $\frac{5}{8}$ از رابطه (۱۱-الف)، به‌ترتیب $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$

مدل تقریب مانرا (Manera Approximation Model)

مانرا [18] رابطه‌ای تقریبی برای پیش‌بینی خواص الاستیک کامپوزیت‌های شکل گرفته با تقویت‌کننده‌های طول کوتاه و با چینش تصادفی پیشنهاد داده‌است. خواص تغییرناپذیر کامپوزیت‌ها که توسط تسای (Tsai) و پاگانو (Pagano) [19] مطرح شده بودند، در کنار فرمولاسیون میکرومکانیکی پاک (Puck) [18] برای این رابطه مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مانرا تعدادی فرض در نظر گرفته و رابطه نامتغیرهای پاک را ساده‌سازی کرده‌است. این فرض‌ها شامل نسبت ابعادی بالای فیبرها (بیشتر از ۳۰۰)، فیبرهای دوبعدی با توزیع تصادفی و رفتار فیبرهای ناپیوسته با توزیع تصادفی به‌عنوان ورقه‌هایی با تعداد لایه‌های نامحدود که در همه جهات چیده شده‌اند، است. در نتیجه رابطه تقریب مانرا برای مدول یانگ و برشی به‌ترتیب به‌شکل رابطه (۲) و رابطه (۳) مطرح شده‌است. از روابط (۲) و (۳) استنتاج می‌شود که نتایج به‌دست آمده، رابطه $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ را تصدیق می‌کنند که در آن ν ضریب پواسون، E مدول یانگ و G مدول برشی است. برای حصول نتایج با دقت مناسب، مانرا پیشنهاد داد که E_m در محدوده $2 \text{ GPa} \leq E_m \leq 4 \text{ GPa}$ انتخاب شود.

مدل پن یا رابطه چگالی الیاف

(Modified Density Function-Pan's Model)

اساس ایده تئوری پن [20] ایجاد رابطه‌ای بین نسبت حجمی و نسبت سطحی تقویت‌کننده در حالتی است که تقویت‌کننده‌ها در یک جهت چیده نشده باشند. پن در این مدل با استفاده از بسط قانون ساده اختلاط کامپوزیت‌ها و بهره‌گیری از یک معادله چگالی فرضی، رابطه‌ای را بر مبنای جهت‌گیری نامنظم الیاف در فضای دوبعدی و سه‌بعدی ارائه داده‌است (روابط ۴ تا ۷). این مدل برای کامپوزیت‌های با جهت‌گیری منظم و با طول بلند نیز معتبر است.

مدل کریستینسن و وال

(Christensen and Waal's Model)

کریستینسن و وال [21] برای بررسی رفتار یک کامپوزیت با جهت‌گیری تصادفی الیاف تقویت‌کننده همانند مدل پن، دو

قرار داده می شود تا مدل جدید حاصل شود (رابطه ۱۲).

مدل اینشتین (Einstein's Model)

اینشتین [26-27] برای توصیف ارتباط بین نسبت حجمی ذرات صلب کروی تقویت کننده و مدول یانگ کامپوزیت ها، یک مدل خطی پیشنهاد داده است. با فرض چسبندگی کامل بین ذرات تقویت کننده و ماده پایه و نبود عکس العمل بین ذرات، رابطه حاصل از این مدل به شکل رابطه (۱۳) است. این رابطه فقط برای بار گذاری های کم معتبر است و برهم کنش های زیر ذره ای را در نظر نمی گیرد.

مدل کران بالای وویگت (Voigt) و کران پایین رئوس (Reuss)

در این مدل فرض شده است که تقویت کننده ها و فاز زمینه تحت کرنش یک نواخت مشابهی در جهت الیاف قرار بگیرند. باتوجه به همین فرض، وویگت [28] مدول مؤثر در امتداد تقویت کننده ها را به شکل رابطه (۱) استخراج کرده است. رئوس [29] نیز رابطه ذکر شده را برای حالت تنش یک نواخت در جهت عمود بر امتداد الیاف تقویتی اعمال کرده و رابطه مدول یانگ مؤثر به شکل رابطه (۱۴) درآمده است. در این رابطه زیر نویس های L و T به ترتیب به جهت های طولی و عمود بر طولی در تقویت کننده اشاره دارند. معادله (۱) یک رابطه با کوپلینگ موازی است که به نام قانون اختلاط نیز شناخته می شود؛ در حالی که معادله های (۱۴) و (۱۵) رابطه هایی با کوپلینگ معکوس اند و با نام قانون اختلاط معکوس شناخته می شوند.

معادلات (۱)، (۱۴) و (۱۵) می توانند برای همه کامپوزیت های دوفازی فارغ از شکل تقویت کننده تعمیم داده شوند. در روابط (۱۴) و (۱۵)، E_{cL} و E_{cT} به ترتیب کران های بالا و پایین مدول یانگ کامپوزیت ها را بیان می کنند. هم چنین در این روابط، فقط سه پارامتر درگیر هستند که عبارتند از مدول یانگ تقویت کننده، ماتریس و نسبت حجمی تقویت کننده.

مدل کران بالا و پایین هاشین (Hashin) و اشتیریکن (Shtirkman)

هاشین و اشتیریکن [30-31] کامپوزیت را به صورت میکرو سکویی هم سان و شبه هم گن در نظر گرفتند. در این مدل شکل تقویت کننده عامل محدود کننده محسوب نمی شود؛ با این فرض کران بالا و پایین کامپوزیت را براساس اصول متغیر الاستیسیته تخمین زدند. بسته به این که سفتی فاز زمینه بیش تر یا کم تر از تقویت کننده باشد، کران بالا و پایین مدول بالک ($K_{c,upper}$ و $K_{c,lower}$) و مدول برشی ($G_{c,upper}$ و $G_{c,lower}$) کامپوزیت از روابط (۱۶) الی (۱۹) حاصل می شود. کران بالا و پایین مدول یانگ نیز از رابطه (۲۰) قابل محاسبه خواهد بود.

مراحل تجربی

آماده سازی نمونه ها طبق شرح در ادامه در چندین مرحله صورت گرفت. در گام اول نانوذرات تقویت کننده در درصدهای جرمی مورد نظر با پلیمر (که از قبل به منظور رطوبت زدایی در دستگاهی مجزا خشک شده بود) ترکیب و تبدیل به گرانول شدند. پلی متیل متاکریلات به عنوان فاز زمینه و نانوذرات اکسیدی تیتانیوم، سیلیسیوم و آلومینیوم با اندازه ذرات تقریباً ۲۰ نانومتر به عنوان تقویت کننده انتخاب شدند. در این مرحله از دستگاه اکسترودر دومادورنه ZSK-25 (ساخت شرکت آلمانی کپریون ورنر و فلایدر (Coperion Werner & Pfleiderer)) برای اختلاط ذوبی مواد استفاده گردید و گرانول های نانوکامپوزیتی در درصدهای جرمی مدنظر حاصل گردیدند. پیش از تزریق در قالب، برای دومین بار خشک کردن گرانول ها صورت گرفت. در گام بعدی گرانول ها به روش قالب گیری تزریقی در قالب های نمونه استاندارد کشش تزریق و نمونه های مورد نیاز آزمایش مطابق شکل (۱) آماده شدند. برای انجام تست کشش از دستگاه تست کشش (SANTAM STM-150) طبق استاندارد ASTM-D638 استفاده شد. هم چنین به منظور بررسی ساختار نمونه های ساخته شده، از نمونه ها تست SEM گرفته شد. همان گونه که در شکل (۲) مشخص است، ناحیه کلوخه ای در خروجی تست ها مشاهده نمی شود و توزیع ذرات تقویت کننده به شکل مناسب و یک نواخت صورت

گرفته‌است.

نتایج و بحث

برای انجام محاسبات، اولین گام تبدیل نسبت‌های جرمی به حجمی است. در جدول (۳) برای تمام نمونه‌ها، نسبت‌های حجمی، با توجه به درصد وزنی نانوکامپوزیت‌ها و چگالی آن‌ها، به تفکیک محاسبه شده‌است.

جدول ۳ چگالی و کسر حجمی نمونه‌های مورد بررسی

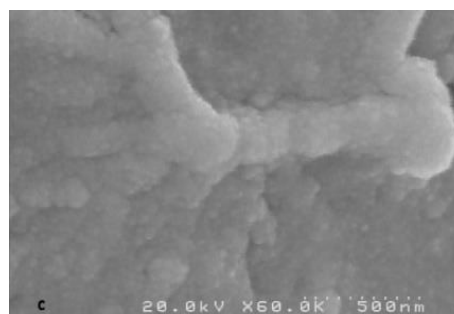
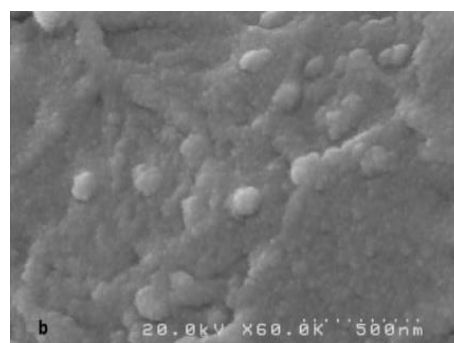
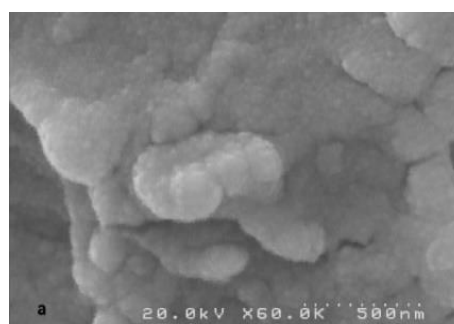
ماده	چگالی (gr/cm^3)	V_f
Pure PMMA	۱/۱۸۰	---
PMMA + TiO_2 0.5 wt %	۱/۱۸۹	۰/۰۰۱۵
PMMA + TiO_2 1.0 wt %	۱/۱۹۳	۰/۰۰۳۰
PMMA + TiO_2 2.0 wt %	۱/۲۰۲	۰/۰۰۶۰
PMMA + SiO_2 0.5 wt %	۱/۱۸۳	۰/۰۰۲۵
PMMA + SiO_2 1.0 wt %	۱/۱۸۶	۰/۰۰۵۰
PMMA + SiO_2 2.0 wt %	۱/۱۹۲	۰/۰۱۰۰
PMMA + Al_2O_3 0.5 wt %	۱/۱۸۴	۰/۰۰۱۵
PMMA + Al_2O_3 1.0 wt %	۱/۱۸۸	۰/۰۰۳۰

نتایج به‌دست‌آمده در جدول (۴) نشان می‌دهد که تأثیر نانوذرات تیتانیوم‌دی‌اکسید بر روی پلیمر مورد مطالعه بیشتر از دیگر تقویت‌کننده‌ها بوده‌است. این تقویت‌کننده در هر سه درصد وزنی در ترکیب با ماده پایه منجر به افزایش مدول یانگ کامپوزیت حاصل شده‌است. این نتایج در هماهنگی با نتایج ترکیب اکسید تیتانیوم و رزین اپوکسی هستند [32]. در پژوهش معرفی شده نیز افزودن درصدهای بیشتر تقویت‌کننده موجب بهبود خواص مکانیکی کامپوزیت حاصل شده بود.

هم‌چنین از نتایج چنان برمی‌آید که این روند افزایشی مدول یانگ درمورد تقویت‌کننده اکسید سیلیسیم نیز حفظ شده‌است؛ اما نکته قابل توجه به نمونه حاوی ۰/۵ درصد وزنی برمی‌گردد که مدول یانگ در ابتدا کاهش را نشان می‌دهد، اما در درصدهای بالاتر منجر به بهبود آن می‌شود. در مورد اکسید آلومینیوم روند رشد برعکس اکسید تیتانیوم و سیلیسیم نزولی بوده‌است و نشان از این دارد که ۱/۰ درصد وزنی از تقویت‌کننده اکسید آلومینیوم منجر به کاهش مدول



شکل ۱ نمونه‌های ساخته‌شده برای تست کشش



شکل ۲ تصویر SEM از سطح مقطع نمونه‌های حاوی (a) ۲٪ وزنی TiO_2 ، (b) ۲٪ وزنی SiO_2 و (c) ۱٪ وزنی Al_2O_3

نظر به خواص مکانیکی نانوکامپوزیت و ماده پایه و هم چنین درصد حجمی نانوکامپوزیت بستگی دارد. مشخصاً با افزایش در صد حجمی، بازه نیز بزرگ تر می شود و خطا هم افزایش می یابد. در نتیجه درصد اختلاف بالای مدول یانگ کامپوزیت حاصل با کران بالای وویگت و یا کران بالای اشتريکمن کاملاً قابل توجیه است و با صحت مدل ها و یا نتایج حاصل از آزمایش متناقض نیست.

مورد حائز اهمیت دیگر در نتایج به دست آمده، دقت بیشتر مدل های سه بعدی پن و کریستین و وال نسبت به مدل های دو بعدی آن ها است. خطای بیشتر مدل های دوبعدی نسبت به امثال سه بعدی آن ها، به فرض های موجود در آن ها برمی گردد. در مدل های دوبعدی، فرض بر این است که الیاف نانوکامپوزیتی در امتداد صفحه پراکنده شده است. این فرض در مورد کامپوزیت ها با الیاف طول بلند که با روش هایی از قبیل تزریق در امتداد محور طولی تولید شده اند صحت بیشتری دارد. در ضمن، خطای بالای به دست آمده از مدل لیونگود و گوتلر را می توان به این نکته ارتباط داد که این مدل بیشتر برای کامپوزیت ها با نسبت حجمی بالای فیلر طراحی شده است. در نتیجه خطای بالای این مدل در نمونه هایی با نسبت حجمی پایین (۰/۰۱ و کم تر) کاملاً قابل توجیه است. همان گونه که در جداول مشخص است، با بالاتر رفتن نسبت حجمی، خطای این مدل کم تر و کم تر شده است.

رفتار کامپوزیت در دو مورد اضافه کردن اکسید سیلیسیم با ۰/۵ درصد وزنی و اکسید آلومینیوم با ۱/۰ درصد وزنی با مدل های تحلیلی در تناقض است. در مورد اکسید سیلیسیم که تنها در درصد وزنی پایین، این رفتار را از خود نشان می دهد، می توان دلیل این ناسازگاری را به عدم پراکندگی یکنواخت نانوکامپوزیت ها ربط داد. در حالی که در مورد اکسید آلومینیوم با درصد وزنی بالاتر می توان این موضوع را به پیوند نامناسب بین ذرات تقویت کننده و ماده پایه و یا عدم سازگاری بین اکسید آلومینیوم و پلی متیل- متاکریلات در درصدهای وزنی بالا ارتباط داد.

یانگ نانوکامپوزیت تولید شده می گردد. این کاهش را می توان به این موضوع نسبت داد که در مقادیر بیشتر از ۰/۵ درصد وزنی از تقویت کننده، پیوند بین ذرات به خوبی شکل نگرفته و استحکام بین پیوندهای تشکیل یافته کاهش داشته است.

جدول ۴ نتایج حاصل از تست نمونه های مورد بررسی

ماده	مدول الاستیک (MPa)	تغییر نسبت به نمونه خالص (%)
Pure PMMA	۲۹۱۳/۷۷	- - -
PMMA + TiO ₂ 0.5 wt %	۲۹۴۹/۰۰	۱/۲۱
PMMA + TiO ₂ 1.0 wt %	۳۰۲۲/۹۰	۳/۷۵
PMMA + TiO ₂ 2.0 wt %	۳۱۱۱/۵۰	۷۹/۶
PMMA + SiO ₂ 0.5 wt %	۲۸۶۰/۹۰	-۱/۸۱
PMMA + SiO ₂ 1.0 wt %	۲۹۶۴/۶۰	۱/۷۴
PMMA + SiO ₂ 2.0 wt %	۳۰۲۴/۲۰	۳/۷۹
PMMA + Al ₂ O ₃ 0.5 wt %	۳۰۳۲/۶۰	۴/۰۸
PMMA + Al ₂ O ₃ 1.0 wt %	۲۶۹۸/۹۰	-۷/۳۷

نهایتاً نتایج حاصل از آزمایش های تحلیلی با نتایج حاصل از رابطه های (۲۰-۲) مقایسه شده و در جداول (۶) تا (۸) آورده شده است. برای حصول نتایج هر کدام از مدل ها، از پارامتر های موجود در جدول (۵) استفاده شده است. در ضمن توجه شود که در انجام محاسبات روابط هالپین-تسای و لیونگود- گوتلر نسبت منظر یا نسبت ابعادی (l/d) با فرض کروی بودن نانوذرات، ۱ در نظر گرفته شده است. در صد اختلاف نتایج هر کدام از مدل ها با نمونه آزمایش شده نیز محاسبه شده و در جداول ارائه شده است.

همان گونه که در نتایج موجود در جداول هم مشخص است، نتایج حاصل از آزمایش و مدل های تحلیلی باهم سازگارند. هر چند باید توجه کرد که هدف مدل کران بالای وویگت و کران پایین رئوس و هم چنین مدل کران بالا و پایین هاشین و اشتريکمن بیشتر مشخص کردن بازه ای برای خواص مکانیکی کامپوزیت حاصل است. اندازه بازه مورد

جدول ۵ خواص مکانیکی مواد استفاده‌شده

ماده	مدول یانگ (MPa)	مدول برشی (MPa)	مدول بالک (MPa)	ضریب پواسون
پلی‌متیل متاکریلات (PMMA)	۲۹۱۳/۷۷	۱۰۴۹/۶	۳۳۹۸	۰/۳۷۵
اکسید تیتانیوم (TiO_2)	۲۳۷۲۵۰	۹۲۷۵۰	۲۱۰۲۰۰	۰/۲۸
اکسید سیلیسیم (SiO_2)	۶۷۳۶۰	۲۸۴۵۰	۳۳۹۱۰	۰/۱۷
اکسید آلومینیوم (Al_2O_3)	۲۳۹۷۵۰	۹۷۶۳۰	۱۶۰۳۸۰	۰/۲۷

جدول ۶ مدول یانگ حاصل از نتایج تحلیلی و مقایسه با مقادیر آزمایش‌شده برای نمونه‌های حاوی نانوذرات TiO_2

مدل	PMMA + TiO_2 0.5 wt % (MPa)	PMMA + TiO_2 1.0 wt % (MPa)	PMMA + TiO_2 2.0 wt % (MPa)
نتیجه آزمایش	۲۹۴۹/۰۰	۳۰۲۲/۹۰	۳۱۱۱/۵۰
مدل تقریب مانرا	۲۷۲۵/۲۹	۲۸۶۰/۵۷	۳۱۳۱/۱۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۷/۵۸	-۵/۳۷	۰/۶۳
مدل پن دوبعدی	۳۰۲۵/۶۶	۳۱۳۷/۵۴	۳۳۶۱/۳۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲/۶۰	۳/۷۹	۸/۰۳
مدل پن سه‌بعدی	۲۹۶۹/۷۱	۳۰۲۵/۶۶	۳۱۳۷/۵۴
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۰/۷۰	۰/۰۹	۰/۸۴
مدل کریستین و وال دوبعدی	۳۰۳۶/۷۷	۳۱۵۹/۷۶	۳۴۰۵/۷۵
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲/۹۸	۴/۵۳	۹/۴۶
مدل کریستین و وال سه‌بعدی	۲۹۷۹/۰۹	۳۰۴۴/۴۱	۳۱۷۵/۰۶
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۱/۰۲	۰/۷۱	۲/۰۴
مدل هیرش	۳۰۴۸/۲۹	۳۱۸۲/۸۱	۳۴۵۱/۸۸
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۳/۳۷	۵/۲۹	۱۰/۹۴
مدل اصلاح شده هالپین-تسای	۲۹۲۵	۲۹۳۶/۲۷	۲۹۵۸/۹۱
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۰/۸۱	-۲/۸۷	-۴/۹۰
مدل لیونگود و گوتلر	۳۸۰۲/۴۶	۳۸۱۷/۰۶	۳۸۴۶/۴۰
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲۸/۹۴	۲۶/۲۷	۲۳/۶۲
مدل اینشتین	۲۹۲۴/۷۰	۲۹۳۵/۶۲	۲۹۵۷/۴۸
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۰/۸۲	-۲/۸۹	-۴/۹۵
مدل وویگت	۳۲۶۵/۲۷	۳۶۱۶/۷۸	۴۳۱۹/۷۹
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۱۰/۷۲	۱۹/۶۴	۳۸/۸۳
مدل رثوس	۲۹۱۸/۰۹	۲۹۲۲/۴۳	۲۹۳۱/۱۴
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۱/۰۵	-۳/۳۲	-۵/۸۰
مدل کران بالای هاشین و اشتريکمن	۳۰۴۴/۱۸۱۹	۳۲۳۳/۲۵	۳۶۱۰/۸۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۳/۲۳	۶/۹۶	۱۶/۰۴
مدل کران پایین هاشین و اشتريکمن	۲۸۶۳/۶۸	۲۸۷۲/۵۴	۲۸۹۰/۳۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۲/۸۹	-۴/۹۷	-۷/۱۱

جدول ۷ مدول یانگ حاصل از نتایج تحلیلی و مقایسه با مقادیر آزمایش شده برای نمونه‌های حاوی نانوذرات SiO_2

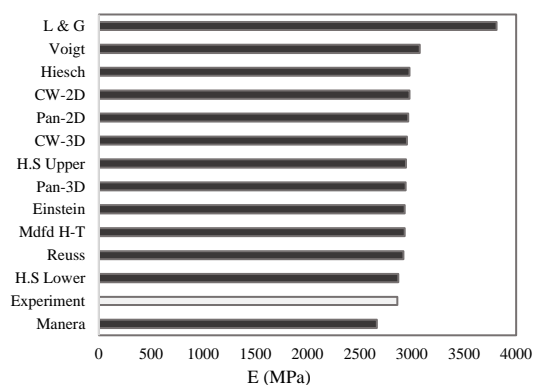
مدل	PMMA + SiO_2 0.5 wt % (MPa)	PMMA + SiO_2 1.0 wt % (MPa)	PMMA + SiO_2 2.0 wt % (MPa)
نتیجه آزمایش	۲۸۶۰/۹۰	۲۹۶۴/۶۰	۳۰۲۴/۲۰
مدل تقریب مانرا	۲۶۶۴/۴۷	۲۷۳۸/۹۲	۲۸۸۷/۸۳
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۶/۶۸	-۷/۶۱	-۴/۵۱
مدل پن دوبعدی	۲۹۶۵/۰۶	۳۰۱۶/۳۵	۳۱۱۸/۹۴
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۳/۶۴	۱/۷۵	۳/۱۳
مدل پن سه بعدی	۲۹۳۹/۴۲	۲۹۶۵/۰۶	۳۰۱۶/۳۵
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲/۷۴	۰/۰۲	-۰/۲۶
مدل کریستین و وال دوبعدی	۲۹۷۷/۲۰	۳۰۴۰/۶۲	۳۱۶۷/۴۷
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۴/۰۶	۲/۵۶	۴/۷۴
مدل کریستین و وال سه بعدی	۲۹۵۱/۸۶	۲۹۸۹/۹۴	۳۰۶۶/۱۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۳/۱۸	۰/۸۵	۱/۳۹
مدل هیرش	۲۹۷۸/۵۶	۳۰۴۳/۳۸	۳۱۷۳/۰۷
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۴/۱۱	۲/۶۶	۴/۹۲
مدل اصلاح شده هالپین - تسای	۲۹۳۱/۵۶	۲۹۴۹/۴۳	۲۹۸۵/۴۴
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲/۴۷	-۰/۵۱	-۱/۲۸
مدل لیونگود و گوتلر	۳۸۱۰/۹۸	۳۸۳۴/۱۷	۳۸۸۰/۸۷
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۳۳/۲۱	۲۹/۳۳	۲۸/۳۳
مدل اینشتین	۲۹۳۱/۹۸	۲۹۵۰/۱۹	۲۹۸۶/۶۱
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲/۴۸	-۰/۴۹	-۱/۲۴
مدل وویگت	۳۰۷۴/۹۱	۳۲۳۶/۰۵۱	۳۵۵۸/۳۳
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۷/۴۸	۹/۱۶	۱۷/۶۶
مدل رئوس	۲۹۲۰/۷۶	۲۹۲۷/۷۷	۲۹۴۱/۹۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲/۰۹	-۱/۲۴	-۲/۷۲
مدل کران بالای هاشین و اشتريکمن	۲۹۴۴/۹۷	۳۰۳۵/۱۲	۳۲۱۵/۴۹
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲/۹۴	۲/۳۸	۶/۳۲
مدل کران پایین هاشین و اشتريکمن	۲۸۶۸/۶۹	۲۸۸۲/۶۶	۲۹۱۰/۷۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۰/۲۷	-۲/۷۶	-۳/۷۵

جدول ۸. مدول یانگ حاصل از نتایج تحلیلی و مقایسه با مقادیر آزمایش شده برای نمونه‌های حاوی نانوذرات Al_2O_3

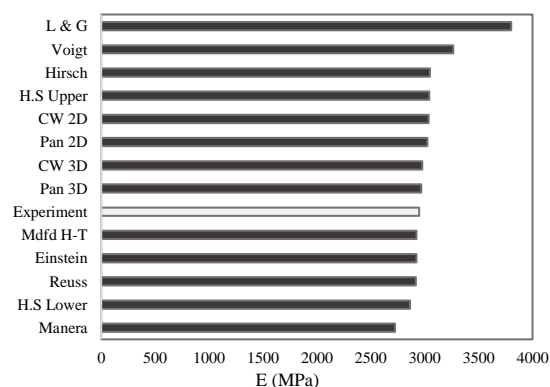
مدل	PMMA + Al_2O_3 0.5 wt % (MPa)	PMMA + Al_2O_3 1.0 wt % (MPa)
نتیجه آزمایش	۳۰۳۲/۶۰	۲۶۹۸/۹۰
مدل تقریب مانرا	۲۷۲۶/۶۳	۲۸۶۳/۲۳
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۱۰/۰۹	۶/۰۹
مدل پن دوبعدی	۳۰۲۶/۸۵	۳۱۳۹/۹۳
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۰/۱۹	۱۶/۳۴
مدل پن سه‌بعدی	۲۹۷۰/۳۱	۳۰۲۶/۸۵
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۲/۰۵	۱۲/۱۵
مدل کریستین و وال دوبعدی	۳۰۳۸/۰۲	۳۱۶۲/۲۶
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۰/۱۸	۱۷/۱۷
مدل کریستین و وال سه‌بعدی	۲۹۷۹/۷۲	۳۰۴۵/۶۶
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۱/۷۴	۱۲/۸۵
مدل هیرش	۳۰۴۹/۶۹	۳۱۸۵/۶۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۰/۵۶	۱۸/۰۳
مدل اصلاح شده هالپین-تسای	۲۹۲۵/۰۱	۲۹۳۶/۲۸
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۳/۵۵	۸/۷۹
مدل لیونگود و گوتلر	۳۸۰۲/۴۶	۳۸۱۷/۰۷
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۲۵/۳۸	۴۱/۴۳
مدل اینشتین	۲۹۲۴/۷۰	۲۹۳۵/۶۲
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۳/۵۵	۸/۷۷
مدل وویگت	۳۲۶۹/۰۲	۳۶۲۴/۲۸
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۷/۸۰	۳۴/۲۹
مدل رئوس	۲۹۱۸/۰۹	۲۹۲۲/۴۳
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۳/۷۷	۸/۲۸
مدل کران بالای هاشین و اشتريکمن	۳۰۴۷/۳۴	۳۲۳۹/۴۳
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	۰/۴۹	۲۰/۰۳
مدل کران پایین هاشین و اشتريکمن	۲۸۶۳/۶۹	۲۸۷۲/۵۵
تغییر نسبت به نتیجه آزمایش (%)	-۵/۵۷	۶/۴۳

وزنی، نتایج حاصل از آزمایش در بازه مدلهای کران بالای وویگت و کران پایین رئوس و مدل کران بالا و پایین هاشین و اشتريکمن قرار گرفته‌است.

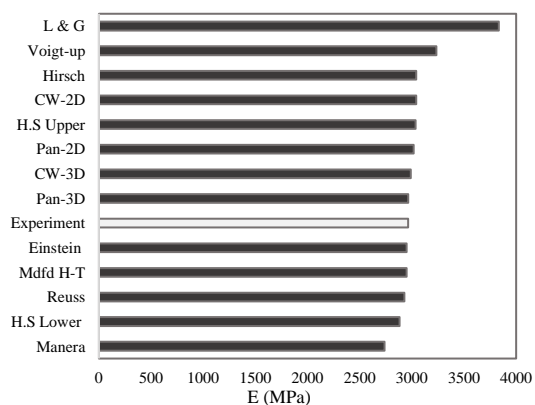
در ادامه، برای درک و مقایسه بهتر، نتایج در قالب شکل‌های (۳) تا (۱۰) نیز مطرح و مقایسه شده‌اند. همان‌طوری که مشخص است در همه موارد به جز اکسید سیلیسیم با ۰٫۵ درصد وزنی و اکسید آلومینیوم با ۱/۰ درصد



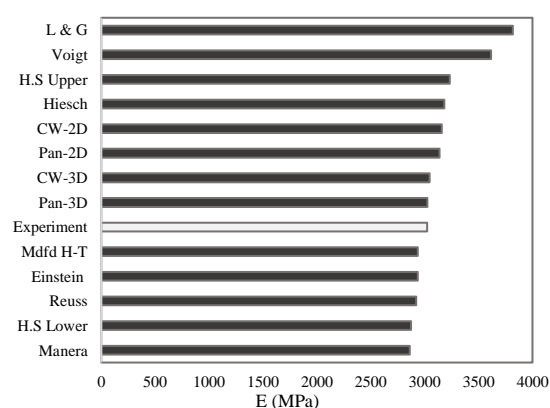
شکل ۶ مقایسهٔ مقادیر مدول یانگ حاصل از روابط تحلیلی با نمونهٔ مورد آزمایش حاوی 0.5% وزنی SiO_2



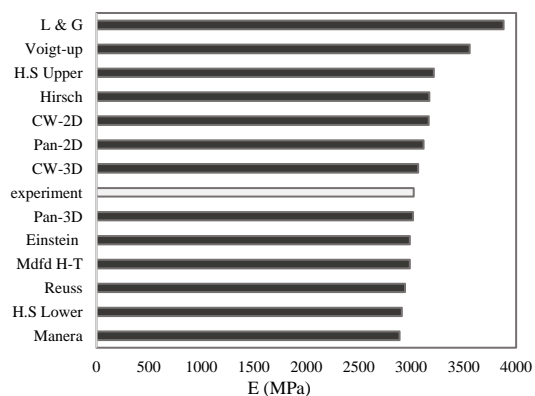
شکل ۳ مقایسهٔ مقادیر مدول یانگ حاصل از روابط تحلیلی با نمونهٔ مورد آزمایش حاوی 0.5% وزنی TiO_2



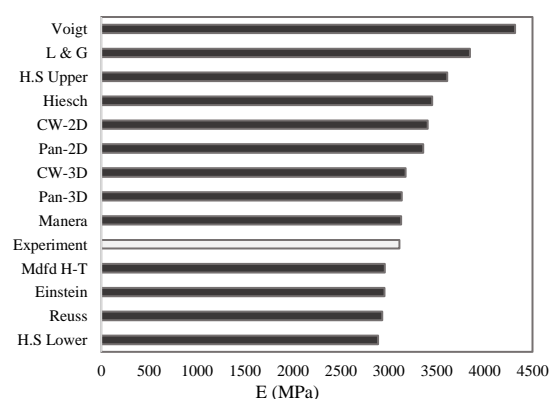
شکل ۷ مقایسهٔ مقادیر مدول یانگ حاصل از روابط تحلیلی با نمونهٔ مورد آزمایش حاوی 1.0% وزنی SiO_2



شکل ۴ مقایسهٔ مقادیر مدول یانگ حاصل از روابط تحلیلی با نمونهٔ مورد آزمایش حاوی 1.0% وزنی TiO_2



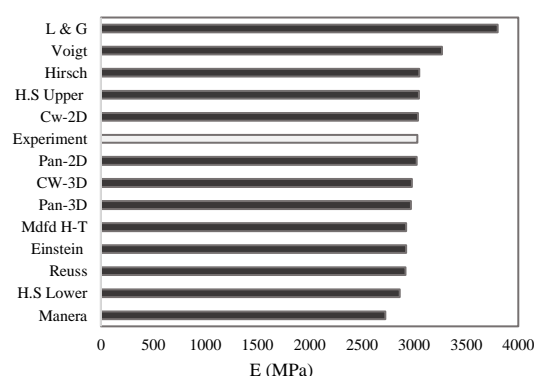
شکل ۸ مقایسهٔ مقادیر مدول یانگ حاصل از روابط تحلیلی با نمونهٔ مورد آزمایش حاوی 2.0% وزنی SiO_2



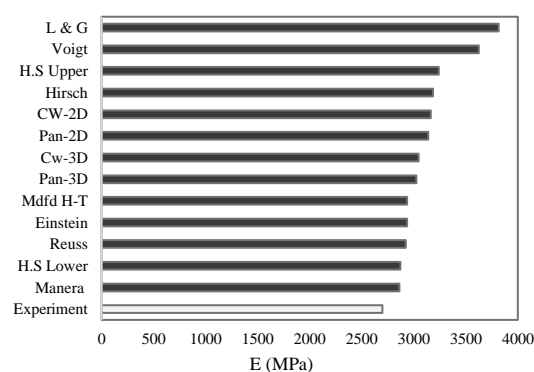
شکل ۵ مقایسهٔ مقادیر مدول یانگ حاصل از روابط تحلیلی با نمونهٔ مورد آزمایش حاوی 2.0% وزنی TiO_2

به ترتیب ۲-، ۲ و ۴ درصد و برای ۰,۵ و ۱ درصد وزنی Al_2O_3 به ترتیب ۴ و ۷/۵- درصد تغییر را گزارش داد. به جز دو مورد (۰/۵ درصد وزنی اکسیدسیلیسیم و ۱/۰ درصد وزنی اکسیدآلومینیوم)، در بقیه موارد افزایش درصد وزنی تقویت‌کننده منجر به افزایش مدول ینگ ماده حاصل شد. کاهش مدول ینگ برای کامپوزیت با ۰/۵ درصد وزنی اکسیدسیلیسیم هم می‌تواند به دلیل عدم پراکندگی یک‌نواخت نانوکامپوزیت‌ها باشد. در پژوهش آریماتیا و همکارانش [33] هم در ۱ درصد وزنی از نانوذرات آلومینا تغییری در مدول الاستیک ایجاد نگردید و حتی برخی از خواص مکانیکی دیگر نیز با کاهش همراه بود. در این پژوهش نیز کاهش مدول ینگ برای کامپوزیت با ۱/۰ درصد وزنی اکسیدآلومینیوم را می‌توان به اثر پیوند نامناسب بین ذرات تقویت‌کننده و ماده پایه و یا ناسازگاری این دو ماده به خصوص در نسبت‌های حجمی بالاتر نسبت داد. این اثر از انتقال یک‌نواخت نیرو بین ماده پایه و تقویت‌کننده جلوگیری می‌کند و عاملی برای کاهش در مدول ینگ به‌شمار می‌رود.

نتایج به‌دست‌آمده از روابط تحلیلی نشان می‌دهد که مدل‌های تئوری، برای تمامی نمونه‌ها به جز نمونه با ۱,۰ درصد وزنی اکسیدآلومینیوم، روند را به درستی پیش‌بینی کرده‌است و در برخی مدل‌ها نتیجه را با دقت بالایی نسبت به نتایج تجربی ارائه می‌دهند. در واقع، می‌توان گفت رابطه لیونگود و گوتلر تمامی نتایج را با اختلاف تقریبی ۲۳ تا ۳۳ درصد نسبت به نتایج آزمایشگاهی تخمین می‌زند که دلیل آن درصد پایین وزنی نانوکامپوزیت‌ها در این مطالعه است. مدل‌های کران بالا و پایین وویگت و رئوس و یا هاشین و اشتریکمن بازه مناسبی را برای تخمین مدول ینگ کامپوزیت‌ها ارائه می‌دهند. مدل‌های سه‌بعدی پن و کریستین و وال هم مدول ینگ را با دقت بیشتری از مدل‌های دوبعدی آن‌ها پیش‌بینی می‌کنند. با بررسی خروجی مدل‌ها و مقایسه آن‌ها با مقادیر آزمایشگاهی می‌توان گفت که مدل سه‌بعدی پن با اختلافی کم برای اکثریت نتایج، مقادیر دقیقی را پیش‌بینی می‌کند. مورد قابل ذکر در انتها که با افزایش درصد وزنی تقویت‌کننده پیش می‌آید، صحت نتایج برای مقادیر بیشتر از ۲/۰ درصد وزنی از تقویت‌کننده است. در این حالت



شکل ۹ مقایسه مقادیر مدول ینگ حاصل از روابط تحلیلی با نمونه مورد آزمایش حاوی 0.5% وزنی Al_2O_3



شکل ۱۰ مقایسه مقادیر مدول ینگ حاصل از روابط تحلیلی با نمونه مورد آزمایش حاوی 1.0% وزنی Al_2O_3

نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر، اثرات افزودن مقادیر مختلف نانوذرات اکسیدی تیتانیوم، سیلیسیم و آلومینیوم به پلی‌متیل متاکریلات بر روی خواص مکانیکی و مقایسه نتایج آن با روابط تحلیلی بررسی گردید.

بررسی نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی و مقایسه آن‌ها با نتایج استخراج‌شده از روابط تحلیلی نتایج جالب توجهی را آشکار کرد. نانوذرات TiO_2 در هر سه درصد وزنی منجر به بهبود مدول الاستیسیته پلیمر پایه شدند. با افزودن ۰/۵، ۱ و ۲ درصد وزنی از نانوذرات TiO_2 به پلی‌متیل متاکریلات مدول الاستیسیته به ترتیب حدود ۱,۵، ۴ و ۷ درصد افزایش یافت. مقدار مدول الاستیسیته برای سه درصد وزنی ۰,۵، ۱ و ۲ درصد از نانوتقویت‌کننده‌های SiO_2

تیتانیم اکسید مدل سه بعدی پن (دارای کم ترین میانگین اختلاف و کم ترین انحراف معیار) مناسب ترین مدل معرفی می شود.

۴. مدل تحلیلی که دقیق ترین پیش بینی را برای تقویت کننده سیلیسیم اکسید ارائه کند مدل پن سه بعدی (دارای کم ترین میانگین اختلاف) و مدل دوبعدی پن (دارای کم ترین انحراف معیار) است.

۵. مدل تحلیلی که مناسب برای تقویت کننده آلومینیوم اکسید باشد مدل هاشین کران پایین (دارای کم ترین میانگین اختلاف و کم ترین انحراف معیار) معرفی می گردد.

البته ذکر این نکته الزامی است که در صورت لزوم به انتخاب یک مدل برای کامپوزیت های تقویت شده با هر سه نوع نانوکامپوزیت های اکسی تیتانیم، اکسیدسیلیسیم و اکسید آلومینیوم، بهترین گزینه مدل پن سه بعدی است که در هر سه نوع کامپوزیت نتایج نسبتاً دقیقی را ارائه می دهد.

با افزایش مقادیر تقویت کننده، اثر کلوخه شدن پیش می آید که به دلیل عدم دخالت این اثر در روابط تحلیلی مذکور، نمی توان با قطعیت به نتایج فوق استناد کرد.

به طور کلی می توان مناسب ترین مدل ها را به تفکیک ذرات تقویت کننده در چند جمله خلاصه کرد:

۱. استفاده از درصدهای مختلف وزنی نانو ذرات تقویت کننده به منظور بهبود خواص مکانیکی پلی متیل متاکریلات عموماً منجر به افزایش مدول الاستیسیته شد. این افزایش وابسته به جنس ذرات تقویت کننده می باشد.
۲. اگر مقدار ذرات تقویت کننده از درصدی بیشتر شود منجر به ایجاد عیوب ساختاری می شود و به طبع آن موجب ثابت ماندن و حتی کاهش خواص مکانیکی ماده مرکب حاصل می شود. در مطالعه حاضر این مورد برای نانوذرات Al_2O_3 در ۱ درصد وزنی آشکار شد.
۳. از بین مدل های تحلیلی مطرح شده برای تقویت کننده

مراجع

1. Saha, B., Toh, W.Q., Liu, E., Tor, S.B., and Lee, J., "A Study on Frictional Behavior of PMMA Against FDTs Coated Silicon as a Function of Load, Velocity and Temperature", *Tribology International*, Vol. 102, Pp. 44-51, (2016).
2. Eungkee Lee, R., Hasanazadeh, R., and Azdast, T., "A Multi-Criteria Decision Analysis on Injection Moulding of Polymeric Microcellular Nanocomposite Foams Containing Multi-Walled Carbon Nanotubes", *Plastics, Rubber and Composites*, Vol. 46, Pp. 155-162, (2017).
3. Eungkee Lee, R., Afsari Ghazi, A., Azdast, T., Hasanazadeh, R., and Mamaghani Shishavan, S., "Tensile and Hardness Properties of Polycarbonate Nanocomposites in the Presence of Styrene Maleic Anhydride as Compatibilizer", *Advances in Polymer Technology*, doi 10.1002/adv.21832, (2017).
4. Liu, H., Ye, H., Lin, T., and Zhou, T., "Synthesis and Characterization of PMMA/ Al_2O_3 Composite Particles by in Situ Emulsion Polymerization", *Particuology*, Vol. 6, Pp. 207-213, (2008).
5. Jiao, J., Sun, X., Pinnavaia, T. J., "Mesostructured Silica for the Reinforcement and Toughening of Rubbery and Glassy Epoxy Polymers", *Polymer*, Vol. 50, No. 4, Pp. 983-989, (2009).
6. Agag, T., Koga, T., and Takeichi, T., "Studies on Thermal and Mechanical Properties of Polyimide-Clay Nanocomposites", *Polymer*, Vol. 42, No. 8, Pp. 3399-3408, (2001).
7. Ahmad, F. N., Jaafar, M., Palaniandy, S., & Azizli, K. A. M., "Effect of Particle Shape of Silica Mineral on the Properties of Epoxy Composites", *Composites Science and Technology*, Vol. 68, No. 2, Pp. 346-353, (2008).
8. Ghavidel, A. K., Azdast, T., Shabgard, M. R., Navidfar, A., & Shishavan, S. M., "Effect of Carbon Nanotubes

- on Laser Cutting of Multi-Walled Carbon Nanotubes/Poly Methyl Methacrylate Nanocomposites", *Optics & Laser technology*, Vol. 67, Pp. 119-124, (2015).
9. Opelt, C. V., Becker, D., Lepienski, C. M., & Coelho, L. A., "Reinforcement and Toughening Mechanisms in Polymer Nanocomposites–Carbon Nanotubes and Aluminum Oxide", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 75, Pp. 119-126, (2015).
 10. Coetzee, Divan, et al., "Influence of Nanoparticles on Thermal and Electrical Conductivity of Composites", *Polymers*, Vol. 12.4 Pp. 742, (2020).
 11. Liu, H. Y., Wang, G. T., Mai, Y. W., & Zeng, Y., "On Fracture Toughness of Nano-Particle Modified Epoxy", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 42, No. 8, Pp. 2170-2175, (2011).
 12. Sun, S., Li, C., Zhang, L., Du, H. L., & Burnell-Gray, J. S., "Effects of Surface Modification of Fumed Silica on Interfacial Structures and Mechanical Properties of Poly (Vinyl Chloride) Composites", *European polymer journal*, Vol. 42, No. 7, Pp. 1643-1652, (2006).
 13. Hua, Y., Gu, L., & Watanabe, H., "Micromechanical Analysis of Nanoparticle-Reinforced Dental Composites", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 69, Pp. 69-76, (2013).
 14. Tucker III, C. L., & Liang, E., "Stiffness Predictions for Unidirectional Short-Fiber Composites: Review and Evaluation", *Composites science and technology*, Vol. 59, No. 5, Pp. 655-671, (1999).
 15. Islam, M. S., Masoodi, R., & Rostami, H., "The Effect of Nanoparticles Percentage on Mechanical Behavior of Silica-Epoxy Nanocomposites", *Journal of Nanoscience*, Vol. 2013, Pp. 1-10, (2013)
 16. Fereydoun, A., Mohammad Zamani, M. and Mohammad Zamani, M., "Experimental Investigation of Tensile Properties of PP/CNTs: Comparison of Experimental and Analytical Results", *First national conference of nanomaterials and nanotechnology*, Shahroud, Iran, (2011). (In Persian)
 17. Hu, H., Onyebueke L., Abatan, A., "Characterizing and Modeling Mechanical Properties of Nanocomposites- Review and Evaluation", *Journal of minerals and materials characterization and engineering*, Vol. 9, No. 04, Pp. 275, (2010).
 18. Manera, M., "Elastic Properties of Randomly Oriented Short Fiber-Glass Composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 11, No. 2, Pp. 235-247, (1977).
 19. Tsai, S. W., and Pagano, N. J., "Invariant Properties of Composite Materials", *Composite Materials Workshop, Technomic Publishing Co., Stamford, Conn.*, Pp.233-238, (1968).
 20. Pan, N., "The Elastic Constants of Randomly Oriented Fiber Composites: A New Approach to Prediction", *Science and Engineering of composite materials*, Vol. 5, No. 2, Pp. 63-72, (1996).
 21. Christensen, R. M., Waals. F. M., "Effective Stiffness of Randomly Oriented Fibre Composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 6, No. 3, Pp. 518-535, (1972).
 22. Lee, L. H., "Strength-Composition Relationships of Random Short Glass Fiber-Thermoplastics Composites", *Polymer Engineering and Science*, Vol. 9, Pp. 213-219, (1969).
 23. Thostenson, E. T., Ren, Z., & Chou, T. W., "Advances in the Science and Technology of Carbon Nanotubes and their Composites: A Review", *Composites science and technology*, Vol. 61, No. 13, Pp. 1899-1912,

- (2001).
24. Halpin, J. C., "Stiffness and Expansion Estimates for Oriented Short Fiber Composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 3, No. 4, Pp. 732-734, (1969).
 25. Tsai, S. W., Halpin, J. C., Pagano. N. J., "Composite Materials Workshop", (1968).
 26. Einstein, A., "On the Movement of Small Particles Suspended in Stationary Liquids", *Annalen der Physik*, Vol. 17, Pp. 549-560, (1905).
 27. Einstein, A., "Investigations on the Theory of the Brownian Movement", *Courier Corporation*, (1956).
 28. Voigt, W., "Ueber die Beziehung Zwischen den Beiden Elasticitätsconstanten Isotroper Körper", *Annalen der Physik*, Vol. 274, No. 12, Pp. 573-87, (1889).
 29. Reuss, A., "Berechnung der Fliebgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle", *ZAMM*, Vol. 9, Pp. 49-58, (1929).
 30. Hashin, Z., Shtrikman, S., "A Variational Approach to the Theory of the Elastic Behaviour of Multiphase Materials", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol, 11. No. 2, Pp. 127-140, (1963).
 31. Hashin, Z., "Analysis of Composite Materials", *J. appl. Mech*, Vol, 50, No. 2, Pp. 481-505, (1983).
 32. Shirkavand, S., Moslehifard, E., "Effect of TiO₂ Nanoparticles on Tensile Strength of Dental Acrylic Resins", *Journal of dental research, dental clinics, dental prospects*, Vol. 8, No. 4, Pp. 197, (2014).
 33. Arimatéia, Rafaela R., et al., "Effect of Alumina on the Properties of Poly (Methyl Methacrylate)/Alumina Composites Obtained by Melt Blending", *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, Vol, 34, No. 4, Pp. 451-471, (2021).

